

\* بعد مراجعة دروسك اضبط ساعتك و أنجز هذا الغرض في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط و طقوس إنجاز فرض.  
\* عند الانتهاء ضع الورقة في ملف إلى يوم إدراج التصحيح في نفس الموقع.  
\* يوم إدراج التصحيح في الموقع هو: ماي 2006

فرض 2 الدورة 2

2 سلك بكالوريا ع ر

**تمرين 1** تمرين من الامتحان التجريبي لثانوية مولاي رشيد فاس 2005

$f$  هي الدالة المعرفة ب :  $f(x) = 2e^{-x} - e^{-2x} - x$  و  $C$  هو منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة القياس : 5cm).

### الجزء الأول :

- (1) احسب نهايات الدالة  $f$  عند محداث مجموعة تعريفها
- (2) باستعمال الدالة المشتقة اعط جدول التغيرات للدالة  $f$ .
- (3) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل بالضبط حلين  $\alpha$  و  $\beta$  يحققان :  $-\frac{1}{2} < \alpha < -\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{2} < \beta < 1$
- (4) ادرس تقعر المنحنى  $C$

### الجزء الثاني :

- نضع لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+$  :  $g(x) = 2e^{-x} - e^{-2x}$  ونضع :  $I = \left[\frac{1}{2}, 1\right]$
- (1) أ) ادرس تغيرات الدالة  $g$  وبين أن :  $g(I) \subset I$
  - ب) بين أن  $(\forall x \in I) |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$

- (2) نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  ب : 
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ \forall n \geq 0 \quad u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$$

أ) بتطبيق مبرهنة التزايد المتنتهية بين أن :  $\forall n \geq 0 \quad |u_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{2} |u_n - \beta|$

ب) بين أن :  $\forall n \geq 0 \quad |u_n - \beta| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$  ثم أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \beta$

ج) ما هي أصغر قيمة ممكنة للعدد الصحيح الطبيعي  $n$  لكي تكون قيمة مقربة ل  $\beta$  بالدقة 0,01 ؟

### الجزء الثالث :

نضع لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_-$  :  $h(x) = -\frac{1}{2} \ln(2e^{-x} - x)$  ونضع :  $J = \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$

أ) بين أن لكل عدد حقيقي  $x$  لدينا :  $h(x) = x \Leftrightarrow (f(x) = 0 \text{ و } x < 0)$ .

ب) نقبل أن :  $(\forall x \in J) |h'(x)| \leq \frac{3}{5}$ . بين أن المتتالية المعرفة ب :  $v_0 = -1$  و  $v_{n+1} = h(v_n)$  لكل  $n \geq 0$

تزايدية و مكبورة ب  $\alpha$  وأن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \alpha$

### الجزء الرابع :

(1) ادرس الفروع اللانهائية و الأوضاع النسبية للمنحنى  $C$  والمستقيم  $(D)$  ذي المعادلة  $y = -x$  ثم أنشئهما.

(2) احسب بدلالة  $\alpha$  و  $\beta$  المساحة الهندسية للحيز المحصور بمحور الأفاصل و المنحنى  $C$  و المستقيمين ذوي المعادلتين  $x = -1$  و  $x = 1$  على التوالي.

## الجزء الخامس:

$$(1) \text{ بين أن الدالة } \varphi \text{ المعرفة بـ } \begin{cases} \varphi(x) = e^{3(x-\alpha)} & x < \alpha \\ \varphi(x) = 1 & \alpha \leq x \leq \beta \\ \varphi(x) = e^{\beta-x} & x > \beta \end{cases} \text{ متصلة على } \mathbb{R}$$

$$(2) \text{ نعرف الدالة } F \text{ بـ } F(x) = \int_{\beta}^x f(t)\varphi(t)dt$$

(أ) بين أن  $F$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ثم اعط جدول تغيراتها. (لا يطلب حساب النهايات)  
(ب) احسب  $F(\alpha)$  و  $F(\beta)$ . حدد إشارة  $F(x)$  على المجال  $[\beta, +\infty[$ .

(ج) احسب  $F(x)$  في الحالتين  $x > \beta$  ثم  $x < \alpha$  واحسب نهايات  $F$  عند محددات مجموعة تعريفها ثم أتمم جدول التغيرات أعلاه.

### تمرين 2 تمرين من الامتحان التجريبي لثانوية جعفر الفاسي الفهري البيضاء 2004

$$\text{نعتبر المجموعة التالية : } E = \left\{ M_a = \begin{pmatrix} e^a & 0 \\ ae^a & e^a \end{pmatrix} / a \in \mathbb{Z} \right\} \text{ و المصفوفة } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1- أ- بين أن  $(E; \times)$  زمرة تبادلية

$$\text{ب- نضع } M_a^0 = I \text{ و } M_a^1 = M_a \text{ و } M_a^{n+1} = M_a^n \times M_a \text{ و } \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\text{و } M_a^{-n} \text{ مقلوب } M_a^n$$

$$\text{بين أن } \forall p \in \mathbb{Z} \quad M_a^p = M_{ap}$$

2-  $a$  و  $b$  عدنان صحيحان طبيعيان

$$\text{نعتبر المجموعة } H(a; b) = \left\{ M_a^p \times M_b^q / (p; q) \in \mathbb{Z}^2 \right\}$$

أ- بين أن  $(H(a; b); \times)$  زمرة جزئية من  $(E; \times)$

ب- ليكن  $c$  من  $\mathbb{Z}$

$$\bullet \text{ بين أن } a \wedge b / c \Leftrightarrow M_c \in H(a; b)$$

$$\bullet \text{ استنتج أن } H(a; b) = E \Leftrightarrow a \wedge b = 1$$