

":	2 :	الامتحان التجريبي مادة: الرياضيات الصفحة : 1/3	+ + +
4 :			
2006/2005 :			

		الموضوع الأول: (2ن)		السلم
	$2z^2 - (m-1)(4-i\sqrt{2})z - 2i\sqrt{2}(m-1)^2 = 0 :$	$m \in \mathbb{C} - \{1\}$		
	$m=0$	z_2	z_2 z_1	
	$\Delta = ((m-1)(4+i\sqrt{2}))^2$	z_2 z_1	$m = i\sqrt{3}$ -	0,75
	$z_1^4 = z_2$	$m = i\sqrt{3}$	-2	0,5 0,75
		الموضوع الثاني: (7ن)		
	$f_n(x) = \frac{e^x}{(1+x)^n}$	$]-1, +\infty[$	f_n \mathbb{N} n	
	$\ \vec{i}\ = 2cm$	(O, \vec{i}, \vec{j})	(C_n)	
			الجزء الأول:	
		f_2 f_1	- -1	0,75
		(C_2) (C_1)	-	0,5
$x = 1$ $x = 0$		(C_2) (C_1)	-2	0,5
	$n-1$ u_n	f_n $n \in \mathbb{N}^*$	- -3	0,25
	$(u_n)_{n \geq 1}$	$\forall x \geq 0 : f_{n+1}(x) \leq f_n(x)$	-	0,5
		$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	-	0,25
			الجزء الثاني:	
		$F(x) = \int_0^{\ln x} f_2(t) dt$	$x > \frac{1}{e}$	
		$x > \frac{1}{e}$ $F(x)$	-1	0,25
	$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{e})^+} F(x)$	$\forall x \in]\frac{1}{e}, 1]: F(x) \leq x \left(1 - \frac{1}{1 + \ln x}\right)$	-2	0,5
		$F(x) = \frac{x}{(1 + \ln x)^2} - 1 + 2 \int_0^{\ln x} f_3(t) dt$	- -3	0,5
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$	$\forall x \geq 1 : F(x) \geq \frac{x}{(1 + \ln x)^2} - 1$	-	0,5
		\mathbb{R} $]\frac{1}{e}, +\infty[$ F	-	0,25

$$I_n = \int_0^1 f_n(t) dt \quad n \in \mathbb{N}^* \quad \text{الجزء الثالث :}$$

	$(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$	-1	0,5
$\forall n \geq 2$:	$\frac{1}{(n-1)}(1 - \frac{1}{2^{n-1}}) \leq I_n \leq \frac{e}{(n-1)}(1 - \frac{1}{2^{n-1}})$	-2	0,5
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$	-	0,25
	$f_{n+1}(x) \quad f_n(x) \quad f'_n(x)$	-3	0,5
	$I_{n+1} \quad I_n$	-	0,25
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n = 1$	-	0,25

الموضوع الثالث : (5ن)

الجزء الأول :

	\mathbb{C}	*	
	$\forall ((x, y), (x', y')) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 : (x + iy) * (x' + iy') = xx' + i(xy' + x'y)$	-1	0,75
	$G = \{z \in \mathbb{C} / \Re(z) \neq 0\}$	-2	
	$(G, *)$	-	0,5
$(G, *)$	$(F, *)$	$F = \{x + ix \ln x / x \neq 0\}$	0,5

الجزء الثاني :

	(O, \vec{i}, \vec{j})	\emptyset	
$ 2i * (z-1) = z $	z	M	(H)
$3x^2 - y^2 - 8x + 4 = 0$	(H)		(1) 0,25
(O, \vec{i}, \vec{j})	(H)		(2) 0,75

الجزء الثالث :

$M_3(\mathbb{R})$	O_3	$T(z) = \begin{pmatrix} a+b & 0 & -b \\ b & a & -b \\ b & 0 & a-b \end{pmatrix}$	$(a, b) \in \mathbb{R}^2$	$z = a + ib$	
		$E = \{T(z) \in \text{IM}_3(\mathbb{R}) / z \in \mathbb{C}\}$			
		$(\text{IM}_3(\mathbb{R}), +, \times)$	$(\text{IM}_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$		
			$(E, +, \cdot)$	-1	0,5
		$I = T(1) \quad J = T(i)$		-2	
		$(E, +, \cdot)$	(I, J)	-	0,25
		$\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2 : T(z) \times T(z') = T(z * z')$	$J^2 = O_3$	-	0,5
			$(E, +, \times)$	-	0,5
		$\Re(z) = 0 \Leftrightarrow (E, +, \times)$	$T(z)$	$z \in \mathbb{C}^*$	-3 0,5

الموضوع الرابع : (3ن)

	$p > 2$	p	-1	
	$\forall k \in \{1, 2, \dots, p-1\} : p \nmid C_k^p$	-		0,5
	$\forall n \in \mathbb{N}^* : n^p \equiv n [p]$	-		0,25
$A = \{k \in \mathbb{N}^* / a^k \equiv 1 [p]\}$	$a \wedge p = 1$	$a \in \mathbb{N}$	-2	
	(-1)	($p-1$) $\in A$	-	0,25
	A	d		
($d \in A$)	$a^n \equiv a^r [p]$	d n r	$n \in \mathbb{N}^*$	-
				0,25
		$\forall n \in A : d / n$	-	0,5
	(u_n)	$u_n = \underbrace{111\dots\dots 11}_{n \text{ مرات}}$	-3	
		$9u_n = 10^n - 1$	-	0,25
	$10^6 \equiv 1 [7]$	(1)	-	0,25
		$6/n \Leftrightarrow 7/u_n$	-	0,5
1		7	-	0,25

الموضوع الخامس : (3ن)

$\forall n \in \mathbb{N} : a_n \in \mathbb{N}^*$	$\begin{cases} a_0 = a_1 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$	(a_n)		
	$\forall n \in \mathbb{N}^* : a_{n+1} - a_n \geq 1$	(a_n)	-1	0,5
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$	$\forall n \in \mathbb{N}^* : a_n \geq n$	-2	0,5
	$\forall n \in \mathbb{N} : a_{n+1}^2 - a_n \times a_{n+2} = (-1)^{n+1}$		-3	0,5
	$\forall p \in \mathbb{N} : \arctan\left(\frac{1}{a_{2p}}\right) = \arctan\left(\frac{1}{a_{2p+1}}\right) + \arctan\left(\frac{1}{a_{2p+2}}\right) :$		-4	0,5
$b_n = a_{n+1} - \ell a_n$	$1 + \frac{1}{x} = x$	ℓ	-5	
	$\forall n \in \mathbb{N} : b_n = \left(-\frac{1}{\ell}\right)^{n+1}$	(b_n)	-	0,5
	$\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)_n$	$\frac{a_{n+1}}{a_n} - \ell = \frac{1}{a_n} \left(-\frac{1}{\ell}\right)^{n+1}$	-	0,5