

المعامل : 10-2باك عراً	الامتحان التجريبي	<b>نيابة فاس ثانوية مولاي رشيد</b>
المدة : 4 ساعات	مادة : الرياضيات	
الصفحة : 1/3	السنة الدراسية 2006/2005	

يجوز استعمال المحسبة الغير القابلة للبرمجة

**تمرين 01**  $(\{0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5\} + \{0.5 + 0.75 + 0.5\} + \{0.5 + 0.75\})$

(1) أ) ليكن  $r$  عددا جذريا غير منعدم بحيث :  $|r| \neq 1$  ..بين أن  $r$  يكتب على الشكل :  $r = \varepsilon \prod_{i=1}^s p_i^{\alpha_i}$  ،

بحيث :  $s \in \mathbb{N}^*$  و  $p_1$  و ... و  $p_s$  أعداد أولية بحيث :  $p_1 < \dots < p_s$  و  $(\alpha_1, \dots, \alpha_s) \in (\mathbb{Z}^*)^s$  و  $\varepsilon \in \{-1, 1\}$  . نقبل أن هذه الكتابة وحيدة و يمكنك استعمال ذلك في كل ما يأتي.

ب) اكتب الأعداد الآتية على الشكل أعلاه :  $\frac{72}{5}$  ;  $-\frac{121}{26}$  ;  $\frac{21}{100}$  ;  $-\frac{15}{28}$  .

كيف تسمى الكتابة أعلاه إذا كان :  $r \in \mathbb{Z}^* \setminus \{-1, 1\}$  ؟

(2) لكل عددين أوليين مختلفين  $p$  و  $q$  نعرف :

$$D(p, q) = \{ k p^\alpha q^\beta / (k, \alpha, \beta) \in \mathbb{Z}^3 \} \text{ و } G(p, q) = \{ p^\alpha q^\beta / (\alpha, \beta) \in \mathbb{Z}^2 \}$$

أ) بين أن  $G(p, q)$  جزء مستقر من الزمرة التبادلية  $(\mathbb{Q}^*, \times)$  و أن  $(G(p, q), \times)$  زمرة تبادلية .

ب) بين أن  $D(p, q)$  جزء مستقر في كل من  $(\mathbb{Q}, +)$  و  $(\mathbb{Q}, \times)$  على التوالي و أن  $(D(p, q), +, \times)$  حلقة تبادلية وواحدية

ج) بين أن  $(G(p, q), \times)$  و  $(G(p', q'), \times)$  متشاكلتان لكل أعداد أولية موجبة  $p$  و  $q$  و  $p'$  و  $q'$  بحيث  $p \neq q$  و  $p' \neq q'$  .

(3) في هذا السؤال ندرس الحالة :  $(p, q) = (2, 5)$  .

أ) برهن على أن :  $D(2, 5) = \{ k 10^{-n} / (k, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \}$

ب) بين أن :  $D(2, 5) \setminus \{0\} = \left\{ k 10^n / \begin{cases} (k, n) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z} \\ k \wedge 10 \in \{1, 2, 5\} \end{cases} \right\}$

ج) ليكن  $r = \frac{m}{n}$  عددا جذريا غير منعدم بحيث :  $m \wedge n = 1$  و  $n^2 \neq 1$  . بين أن :

$$r \in D(2, 5) \Leftrightarrow r \in G(2, 5) \setminus \mathbb{Z} \text{ أو } \begin{cases} n \in G(2, 5) \\ m \notin G(2, 5) \end{cases}$$

د) من بين الأعداد الجذرية التالية ، حدد التي تنتمي إلى  $D(2, 5)$  :  $\frac{35}{1453397}$  ;  $\frac{121}{1000}$  ;  $\frac{8}{125}$  ;  $\frac{200}{123}$

( استعن بمصايدق قابلية القسمة على 3 و 11 ... )

المعامل : 10-2باك عراً	الامتحان التجريبي	<b>نيابة فاس ثانوية مولاي رشيد</b>
المدة : 4 ساعات	مادة : الرياضيات	
الصفحة : 2/3	السنة الدراسية 2006/2005	

## تمرين 02 : {0.75 + 0.50 + 0.50} + {0.5 + 0.5 + 0.25 + 0.25} + {0.75}

في كل ما يأتي نضع :  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ . نذكر بأن :  $z^3 = 1$  و  $z^2 = \bar{z}$  و  $1 + z + z^2 = 0$  و يمكنك استعمال هذا التذكير بدون البرهان عليه. المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ . نعتبر التطبيق  $f$  من المستوى العقدي نحو نفسه المعروف ب:

$$f : M(z) \mapsto M'(z') \quad \text{بحيث : } z' = z^2 + 2z$$

نعتبر المعادلتين من الدرجة الثانية :

$$(E) \quad z^2 + 2z - 1 = 0 \quad \text{و} \quad (E') \quad z^2 - 2z - j = 0$$

ليكن  $v$  عددا عقديا بحيث :  $v^2 + 4 \neq 0$  و المعادلة :  $(F) \quad iz^2 + vz + i = 0$ . المعادلة (F) تقبل حلين مختلفين  $z_1$  و  $z_2$ .  $M_1$  و  $M_2$  هما النقطتان اللتان لحقاهما على التوالي هما  $z_1$  و  $z_2$ . نفترض في كل ما يأتي أن :  $M_2 = f(M_1)$ .

(1) بين أن  $f$  دوران وحدد مركزه  $\Omega(\omega)$  و القياس الرئيسي  $\theta$  لزاويته.

(2) أ) علل كون حلي المعادلة مختلفين فعلا.

ب) بين أن :  $z_2 = \frac{1}{z_1}$

ج) بين أن  $z_1$  و  $z_2$  حلان للمعادلتين (E) و (E') على التوالي .

د) بحل المعادلة (E') بين أن :  $z_2 = z - i$  أو  $z_2 = z + i$ . استنتج قيم كل من  $z_1$  و  $v$  في كل حالة .

(3) في هذا السؤال نفترض أن :  $z_2 = i + z$ .  $(\Gamma)$  هو الإهليلج الذي بؤرتاه  $F_1(jz_1)$  و  $F_2(-\bar{j}z_2)$  والمار من  $O$  أصل المعلم  $\mathcal{R}$ .

أ) تحقق من أن :  $z_1 = i\bar{j} - 1$  و أن :  $z_2 = iz_1$ . اكتب  $v$  على شكله الجبري و استنتج قيمة :  $|v|$ .

ب) بين أن :  $|jz_1 + \bar{j}z_2|^2 = |v|^2 + 2\Re((j-1)z_2\bar{z}_1)$

ج) اكتب المعادلة المختصرة للإهليلج  $(\Gamma)$  و حدد عناصره المميزة .

( لاحظ أن :  $\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{6}$  )

## تمرين 03

### الجزء الأول : {0.75 + 0.5} + {0.75 + 0.5}

نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة ب :  $g(x) = 2(x-1)\ln(x) - 1$

(1) أ) احسب  $g'(x)$  و  $g''(x)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$ .

المعامل : 10-2باك ع رأ	الامتحان التجريبي	نيابة فاس ثانوية مولاي رشيد
المدة : 4 ساعات	مادة : الرياضيات	
الصفحة : 3/3	السنة الدراسية 2006/2005	

- (ب) تحقق من أن  $g'(1) = 0$  ثم اعط جدول تغيرات الدالة  $g$  على  $I$ .  
 (2) أ) بين أن  $g$  تنعدم بالضبط في نقطتين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث :  $0 < \alpha < 1 < \beta < 2$ .  
 (ب) ادرس إشارة  $g$  على  $I$  ثم لخص نتيجة هذه الدراسة في جدول.

### الجزء الثاني : $\{1\} + \{0.75\} + \{0.5\} + \{1\}$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة ب :  $f(x) = \frac{x^{(1+\ln x)}}{x-1}$

(1) حدد مجموعة التعريف للدالة  $f$  و احسب نهاياتها عند محدداتها.

(2) بين أن :  $(\forall x \in I \setminus \{1\}) f'(x) = g(x) \frac{x^{\ln x}}{(x-1)^2}$

(3) اعط جدول التغيرات للدالة  $f$

(4) ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة  $f$  ثم أنشئه في معلم متعامد ممنظم. الوحدة :  
 ( $U = 1,5cm$ )

إليك القيم المقربة الآتية :  $f(\alpha) \simeq -1,54$  ;  $f(\beta) \simeq 3,2$  ;  $\alpha \simeq 0,42$  ;  $\beta \simeq 1,83$

### الجزء الثالث :

### $\{1\} + \{0.75\} + \{0.5 + 0.5\} \{0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5\} + \{0.5\}$

نضع لكل  $x$  من  $]1, +\infty[$  :  $F(x) = \int_2^x f(t)dt$

(1) علل كون  $F$  معرفة على  $]1, +\infty[$ .

(2) أ) بين أن :  $(\forall t \in [e, +\infty[) e^{(\ln t)^2} \geq t$

(ب) استنتج أن :  $(\forall t \in [e, +\infty[) f(t) \geq \frac{t^2}{t-1}$

(ج) احسب التكامل :  $\int_2^x \frac{t^2}{t-1} dt$  ، لكل  $x$  من  $[e, +\infty[$

(د) استنتج أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = +\infty$  و أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$

(3) أ) بين أن :  $(\forall t \in ]1, 2]) f(t) \geq \frac{t}{t-1}$

(ب) استنتج أن :  $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = -\infty$

(4) ادرس تقعر الدالة  $F$  وبين أن منحناها يقبل نقطة انعطاف وحيدة ينبغي تحديد أفصولها.

(5) اعط جدول التغيرات للدالة  $F$  وحدد طبيعة الفروع اللانهائية لمنحناها ثم أنشئه في معلم متعامد ممنظم في شكل مستقل عن الأول.